 Richardson extrapolation

אקסטרפולציה של ריצ'רדסון הומצאה בתחילת שנות ה 20 על ידי לואיס פריי ריצ'רדסון שעל שמו נקראת הטכניקה .

אקסטרפולציה היא שיטה להעריך בקירוב נתונים לא ידועים על סמך נתונים ידועים, היא בעצם תהליך המתאר יצירת נקודות חדשות מחוץ לתחום סופי של נתונים ידועים בשונה מאינטרפולציה שזהו תהליך ליצירת נתונים בתוך התחום.

**לואיס פרי ריצ'רדסון**  [מתמטיקאי](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%9E%D7%AA%D7%9E%D7%98%D7%99%D7%A7%D7%90%D7%99), [פיזיקאי](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A4%D7%99%D7%96%D7%99%D7%A7%D7%90%D7%99) ו[פסיכולוג](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A4%D7%A1%D7%99%D7%9B%D7%95%D7%9C%D7%95%D7%92) [בריטי](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%91%D7%A8%D7%99%D7%98%D7%A0%D7%99%D7%94).

בעקבות אהבתו לחקר התופעות האטמוספיריות לואיס חקר את התופעות באמצעות משוואות דיפרנציאליות , כאשר המצאת המחשב אפשרה [חיזוי](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%97%D7%99%D7%96%D7%95%D7%99_%D7%9E%D7%96%D7%92_%D7%90%D7%95%D7%95%D7%99%D7%A8) מדויק לטווח ארוך של [מזג האוויר](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%9E%D7%96%D7%92_%D7%90%D7%95%D7%95%D7%99%D7%A8).

אותה שיטה לחיזוי מזג אוויר באמצעות פתירת [משוואות דיפרנציאליות](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%9E%D7%A9%D7%95%D7%95%D7%90%D7%95%D7%AA_%D7%93%D7%99%D7%A4%D7%A8%D7%A0%D7%A6%D7%99%D7%90%D7%9C%D7%99%D7%95%D7%AA) נמצאת בשימוש גם היום .

במסגרת עבודותיו ב[אנליזה נומרית](https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%90%D7%A0%D7%9C%D7%99%D7%96%D7%94_%D7%A0%D7%95%D7%9E%D7%A8%D7%99%D7%AA) פיתח גם את השיטה הידועה כיום כאקסטרפולציה [ריצ'רדסון](https://he.wikipedia.org/w/index.php?title=%D7%90%D7%A7%D7%A1%D7%98%D7%A8%D7%A4%D7%95%D7%9C%D7%A6%D7%99%D7%AA_%D7%A8%D7%99%D7%A6%27%D7%A8%D7%93%D7%A1%D7%95%D7%9F&action=edit&redlink=1) לשיפור מהירות ההתכנסות לפתרון.

אקסטרפולציה (שיטת החלוקה) של ריצ'רדסון היא שיטה לשיפור סדר הדיוק של פתרונות מספריים הכוללים שימוש בגודל דיסקרטיזציה (עיבוד אותות ספרתי) h. על ידי שילוב התוצאות מפתרונות מספריים תוך שימוש ברצף של גדלי דיסקרטיזציה קשורים. אקסטרפולציה של ריצ'רדסון משמשת בדרך כלל בקירוב המספרי של משוואות דיפרנציאליות חלקיות בכדי לשפר את מהירות ההתכנסות לפתרון.

ידוע כי האקסטרפולציה של ריצ'רדסון היא כלי רב עוצמה לשיפור דיוק החישובים כאשר יש לטפל באופן מספרי במערכות של משוואות דיפרנציאליות.

ניתן להשתמש בשיטה זו לשפר את היעילות של תהליך החישוב על ידי התאמה אוטומטית של גודל הזמן והניסיון ליישם את הזמן הגדול ביותר בכל צעד אחר צעד.

הנוסחה:

הגדרות וסימונים :

פיתוח הנוסחה:

+

נקבל ש –

-

\: (-3)

יש לזה שארית לגרנז' של .

כאשר הנקודה המבוקשת.

נמצא נגזרת פונקציה באמצעות אקסטרפולצית ריצ'רדסון :

נבחר

נציב בפונקציה:

נחשב :

נציב בפונקציה:

נשתמש בפיתוח של הנוסחה :

ונציב את התוצאות שקיבלנו:

נגזרות גבוהות יותר (שלישית ואילך) כבר קשה לקבל באופן ישיר (יחסית) מנוסחת טיילור, בין אם בפונקציות ממשיות או מרוכבות. הטכניקה המשמשת במקרה זה מערבת מקרה פרטי של אקסטרפולצית ריצ'רדסון, המבטל ביטויים מסדרים נמוכים לקבלת דיוק גבוה יותר, ובמקרה שלנו את הנגזרת המבוקשת.

לבדוק :

לכתוב מניע באופן יותר מסודר.

מניעים :

אחד מהמניעים לפיתוח של האלגוריתם הוא שיפור ההתכנסות של הקירובים.

בעצם על מנת למצוא נגזרת של פונקציה מסויימת ניתן למצוא אותה מבלי לגזור אלא ע''י נוסחא של ריצ'רדסון להגיע להקירוב (+ניחוש).

(אפשר לכתוב כמה מילים על הטכניקה עצמה).

אקסטרפולציה של ריצ'רדסון היא שיטה כללית המשפרת את ביצועי איטרציה כזו על ידי הקטנת גודל הצעדים בהדרגה ובכך להגדיל את סדר שגיאת הקטיעה.

אקסטרפולציה של ריצ'רדסון אחת הדרכים לשיפור ההתכנסות של קירובים.

* משווים בין 2 קירובים של טורי טיילור: אחד עם גודל צעד {\displaystyle \ h\_{1}}, ואחד עם גודל צעד {\displaystyle \ h\_{2}<h\_{1}}, בהנחה ש- {\displaystyle \ h\_{2}\cong h\_{1}}.